Possibilistic fuzzy c-means sous contraintes d'étiquettes

V. Antoine

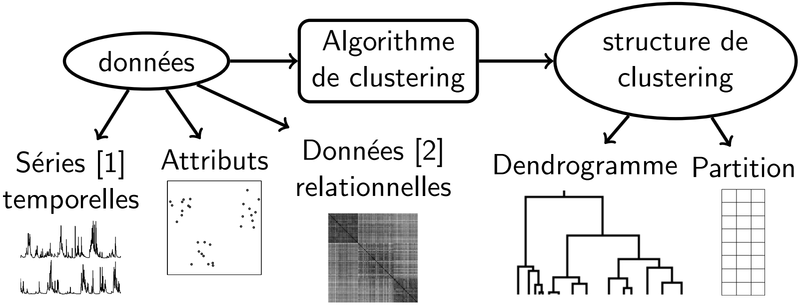
Université Clermont Auvergne, Clermont Auvergne INP, Mines de St Etienne, UMR 6158 CNRS, LIMOS, Clermont-Ferrand, France

HCERES, octobre 2025

V. Antoine, J. Guerrero, G. Romero, *Possibilistic fuzzy c-means with partial supervision*, Fuzzy Sets and Systems, 2022

Classification non supervisée

Regroupement d'objets en se basant sur la notion de similarité.

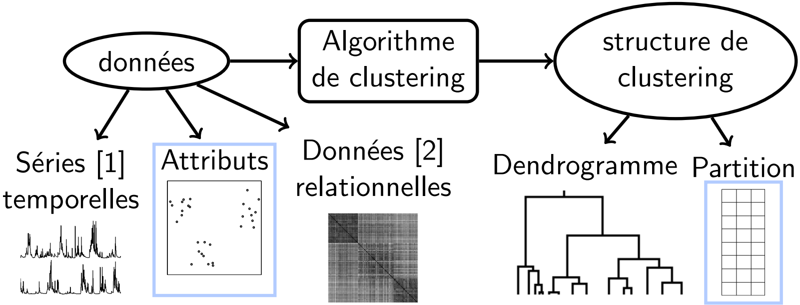


[1] V. Fotso, E. Mephu, P. Vaslin, *Frobenius correlation based u-shapelets discovery for time series clustering*, Pattern Recognition, 2020.

[2] A. Soubeiga, V. Antoine, S. Moreno, *Multi-view relational evidential c-medoid clustering with adaptive weighted*, DSAA 2024.

Classification non supervisée

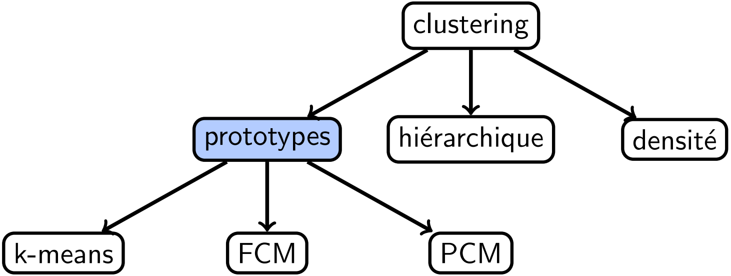
Regroupement d'objets en se basant sur la notion de similarité.



[1] V. Fotso, E. Mephu, P. Vaslin, *Frobenius correlation based u-shapelets discovery for time series clustering*, Pattern Recognition, 2020.

[2] A. Soubeiga, V. Antoine, S. Moreno, *Multi-view relational evidential c-medoid clustering with adaptive weighted*, DSAA 2024.

Classification non supervisée

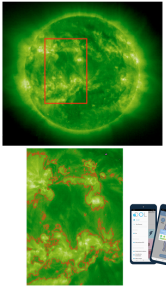


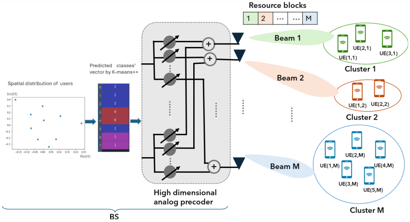
Avantage du clustering par prototypes

- interprétabilité
- complexité réduite

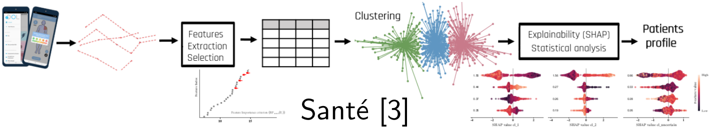
Intérêt de la classification non supervisée

Astronomie [1]





Réseau [2]



Santé [3]

[1] V. Barra & al, *Fast and robust segmentation of solar EUV images : algorithm and results for solar cycle 23*, Astronomy & Astrophysics, 2009

[2] S. Chebbi & al, *Efficient resource allocation in 5G massive MIMO-NOMA networks : Comparative analysis of SINR-aware power allocation and spatial correlation-based clustering*, Computer Networks, 2025

[3] A. Soubeiga & al, *Clustering and Interpretation of time-series trajectories of chronic pain using evidential c-means*, Expert Systems and Application, 2025

Clustering sous contraintes

Problématique en clustering

Pas de connaissance a priori

- comment définir la notion de similarité ?
- comment choisir entre plusieurs solutions de clustering ?

Clustering sous contraintes

Problématique en clustering

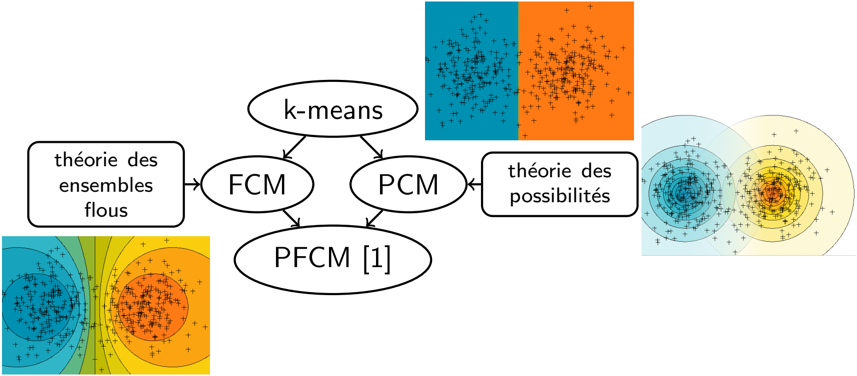
Pas de connaissance a priori

- comment définir la notion de similarité ?
- comment choisir entre plusieurs solutions de clustering ?

Solution

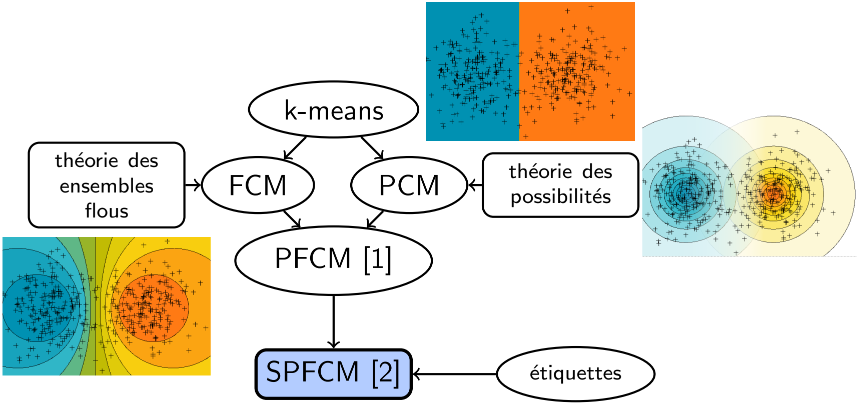
Ajout de contraintes issues des connaissances du domaine expert

Motivations



[1] N. Pal & al, *A mixed c-means clustering model*, fuzzy systems conference, 1997
[2] V. Antoine & al, *Possibilistic fuzzy c-means with partial supervision*, Fuzzy Sets and Systems, 2022

Motivations



[1] N. Pal & al, *A mixed c-means clustering model*, fuzzy systems conference, 1997
[2] V. Antoine & al, *Possibilistic fuzzy c-means with partial supervision*, Fuzzy Sets and Systems, 2022

Plan

Outline

1. PFCM
2. SPFCM
3. Expériences
4. Conclusion

Partition floue vs partition possibiliste

Partition floue

- degré d'appartenance
- $\mathbf{U} = (u_{ik})$ t.q $u_{ik} \in [0,1]$
  $\sum_{k=1}^{c} u_{ik} = 1$

Partition possibiliste

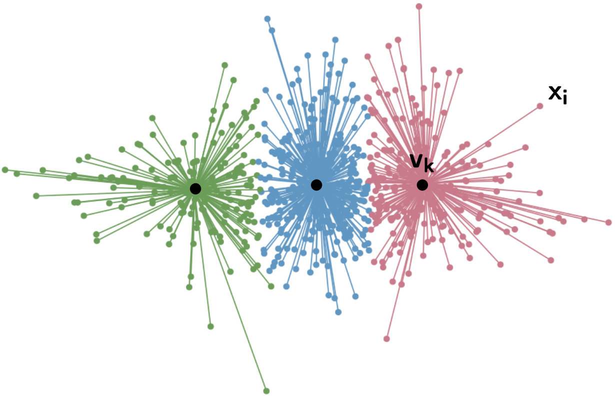
- degré de possibilité
- $\mathbf{T} = (t_{ik})$ t.q $t_{ik} \in [0,1]$

Exemple

Soient ω_1 la classe des cercles, ω_2 la classe des carrés

	u_{i1}	u_{i2}	t_{i1}	t_{i2}
	1	0	1	0
	0	1	0	1
	0.1	0.9	0.1	1
	0.5	0.5	1	1
	?	?	0	0

Clustering basé sur les prototypes



Distance d_{ik}

- Euclidienne
- Mahalanobis

Fonction objectif

Minimisation distance intra-classe

Possibilistic Fuzzy c-means (PFCM)

Objective function

$$J_{PFCM}(\mathbf{U}, \mathbf{T}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{c} (a u_{ik}^{m} + b t_{ik}^{\eta}) d_{ik}^{2} + \sum_{k=1}^{c} \gamma_k \sum_{i=1}^{n} (1 - t_{ik})^{\eta}$$

$$\text{s.c.} \quad \left. \begin{array}{ll} u_{ik} \geq 0, & \displaystyle\sum_{k=1}^{c} u_{ik} = 1 \\ t_{ik} \geq 0 & \end{array} \right\} \forall i, k$$

Optimisation alternée

$$\min_{\mathbf{U}} J_{PFCM} \rightarrow \min_{\mathbf{T}} J_{PFCM} \rightarrow \min_{\mathbf{V}} J_{PFCM}$$

Possibilistic Fuzzy c-means (PFCM)

Objective function

$$J_{PFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{c}(a u_{ik}^{m} + b t_{ik}^{\eta}) d_{ik}^{2} + \sum_{k=1}^{c}\gamma_k \sum_{i=1}^{n}(1-t_{ik})^{\eta}$$

$$\text{s.c.} \quad \left.\begin{array}{ll} u_{ik} \geq 0, & \displaystyle\sum_{k=1}^{c} u_{ik} = 1 \\ t_{ik} \geq 0 & \end{array}\right\} \forall i, k$$

Optimisation alternée

$$\min_{\mathbf{U}} J_{PFCM} \rightarrow \min_{\mathbf{T}} J_{PFCM} \rightarrow \min_{\mathbf{V}} J_{PFCM}$$

- ✓ **T** : gestion fine des incertitudes
- ✓ **U** : stabilité de l'optimisation
- ✗ hyperparamètres a, b, γ_k

Outline

Connaissance a priori

Un expert fournit une étiquette pour $\mathbf{x}_i$ sous forme d'une distribution partielle de possibilité f_i

Exemple d'annotation experte

ω_1 pour cercle, ω_2 pour carré, ω_3 pour pentagone

	ω_1	ω_2	ω_3
	1	0	0
	0	0	0
	1	1	0
	0	1	?
	0.2	?	?

information dure, complète, et imprécise

Connaissance a priori

Un expert fournit une étiquette pour $\mathbf{x}_i$ sous forme d'une distribution partielle de possibilité f_i

Exemple d'annotation experte

ω_1 pour cercle, ω_2 pour carré, ω_3 pour pentagone

	ω_1	ω_2	ω_3
	1	0	0
	0	0	0
	1	1	0
	0	1	?
	0.1	?	?

information dure, complète, et certaine

information dure, complète, et imprécise

Connaissance a priori

Un expert fournit une étiquette pour $\mathbf{x}_i$ sous forme d'une distribution partielle de possibilité f_i

Exemple d'annotation experte

ω_1 pour cercle, ω_2 pour carré, ω_3 pour pentagone

	ω_1	ω_2	ω_3	
	1	0	0	information dure, complète, et certaine
	0	0	0	
	1	1	0	information dure, complète, et imprécise
	0	1	?	
	0.1	?	?	

Connaissance a priori

Un expert fournit une étiquette pour $\mathbf{x}_i$ sous forme d'une distribution partielle de possibilité f_i

Exemple d'annotation experte

ω_1 pour cercle, ω_2 pour carré, ω_3 pour pentagone

	ω_1	ω_2	ω_3	
○	1	0	0	information dure, complète, et certaine
☆	0	0	0	
◗	1	1	0	information dure, complète, et imprécise
□	0	1	?	information dure et partielle
□	0.1	?	?	

Connaissance a priori

Un expert fournit une étiquette pour $\mathbf{x}_i$ sous forme d'une distribution partielle de possibilité f_i

Exemple d'annotation experte

ω_1 pour cercle, ω_2 pour carré, ω_3 pour pentagone

	ω_1	ω_2	ω_3	
	1	0	0	information dure, complète, et certaine
	0	0	0	
	1	1	0	information dure, complète, et imprécise
	0	1	?	information dure et partielle
	0.2	?	?	information incertaine et partielle

Connaissance a priori

Terme de pénalité

$$J_{pen} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{c} b_{ik} \boxed{(t_{ik} - f_{ik})}^{\eta} d_{ik}^2$$

Contrainte et distribution doivent être identiques

Connaissance a priori

Terme de pénalité

$$J_{pen} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{c} \boxed{b_{ik}} (t_{ik} - f_{ik})^{\eta} d_{ik}^{2}$$

Gestion des informations partielles

	$f_{i\omega_1}$	$f_{i\omega_2}$	$f_{i\omega_3}$	$t_{i\omega_1}$	$t_{i\omega_2}$	$t_{i\omega_3}$	
□	0	1	?	0	1	0	✓
				0	1	0.5	✓
				0	1	1	✓

Connaissance a priori

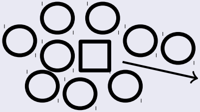
Terme de pénalité

$$J_{pen} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{c} b_{ik}(t_{ik} - f_{ik})^{\eta} \boxed{d_{ik}^2}$$

Gestion des hypothèses

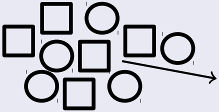
Hypothèses

- Une contrainte aberrante est sûrement une erreur



carré dans une zone de ronds : erreur ?

- Une contrainte dans une zone imprécise est sûrement vraie

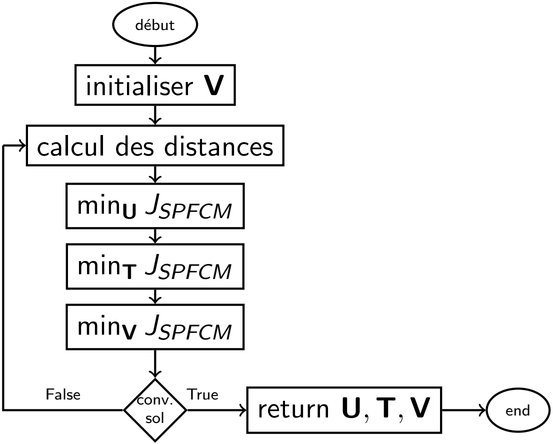


carré dans une zone comprenant ronds et carré

Semi-supervised PFCM

Fonction objectif à minimiser

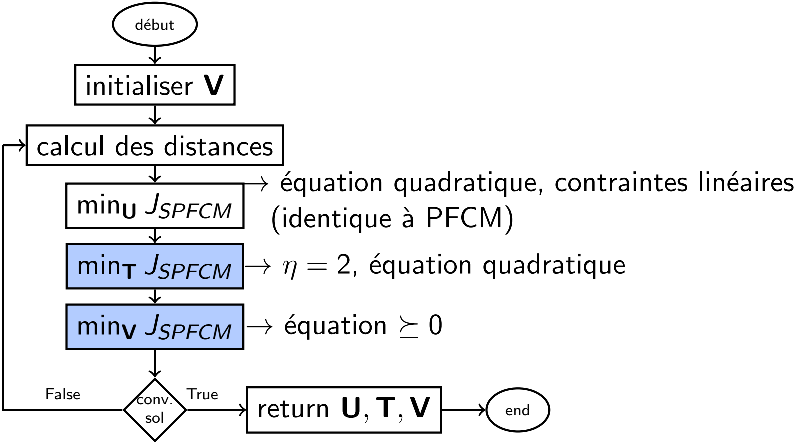
$$J_{SPFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) = J_{PFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) + \alpha J_{pen}(\mathbf{T},\mathbf{V})$$



Semi-supervised PFCM

Fonction objectif à minimiser

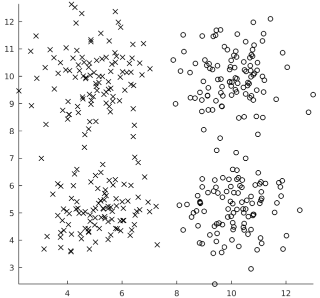
$$J_{SPFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) = J_{PFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) + \alpha J_{pen}(\mathbf{T},\mathbf{V})$$

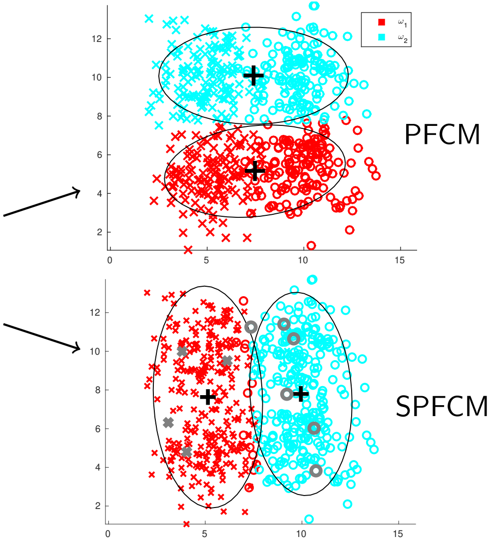


Outline

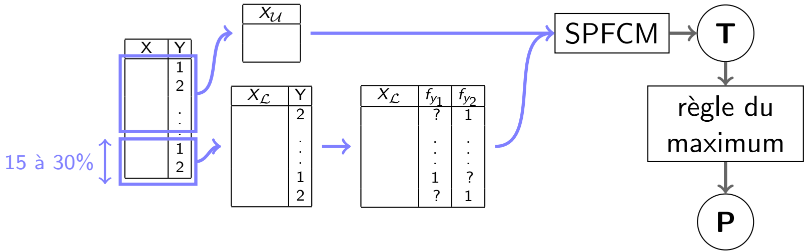
1. PFCM
2. SPFCM
3. **Expériences**
4. Conclusion

Intérêt des contraintes

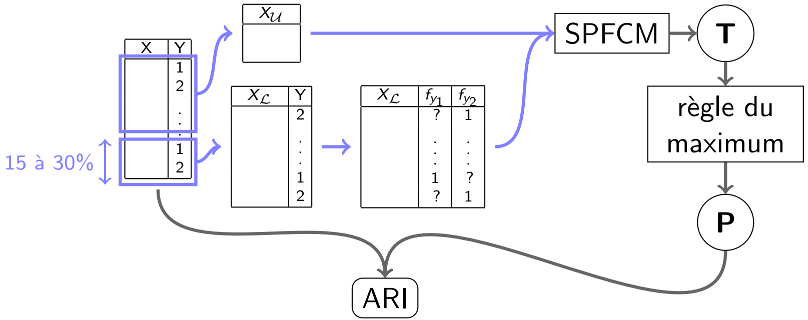




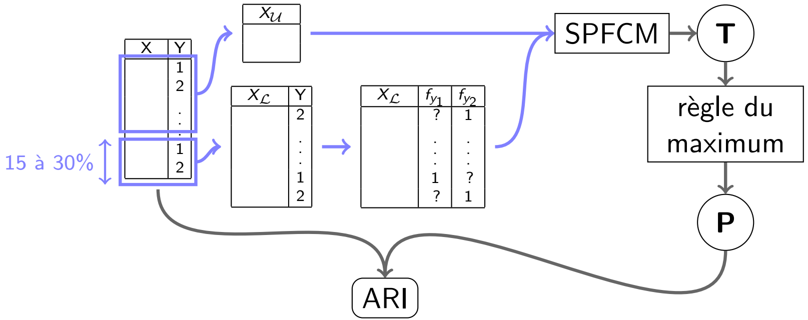
Protocole expérimental



Protocole expérimental



Protocole expérimental



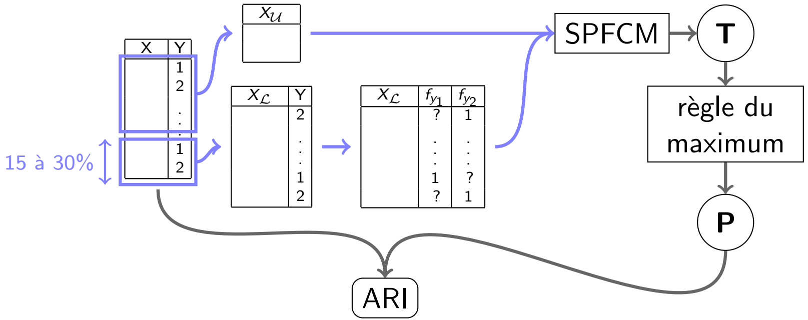
Jeux de données

	# objets	# att.	# classes
10 jeux	[122 – 6907]	[2 – 36]	[2 – 10]

Algorithmes comparés

	P	**U**	**T**
5 algos	1	2	2

Protocole expérimental



Jeux de données

	# objets	# att.	# classes
10 jeux	[122 – 6907]	[2 – 36]	[2 – 10]

Algorithmes comparés

	P	U	T
5 algos	1	2	2

✓ SPFM : plus de degré de liberté ⇒ bonnes performances

Étude des hyperparamètres

Hyperparamètres liés à PFCM

$$J_{PFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{c}(au_{ik}^{m} + bt_{ik}^{\eta})d_{ik}^{2} + \sum_{k=1}^{c}\gamma_k\sum_{i=1}^{n}(1-t_{ik})^{\eta}$$

- m, η : contrôle du degré d'incertitude sur $\mathbf{U}$ et $\mathbf{T}$
- a, b : compromis entre $\mathbf{U}$ et $\mathbf{T}$
- γ_k : contrôle de la région d'influence du cluster k

$\Rightarrow$ pas de différence de comportement avec l'ajout de contraintes

Étude des hyperparamètres

Hyperparamètres liés à PFCM

$$J_{PFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{c}(a u_{ik}^{m} + b t_{ik}^{\eta}) d_{ik}^{2} + \sum_{k=1}^{c}\gamma_k \sum_{i=1}^{n}(1 - t_{ik})^{\eta}$$

- m, η : contrôle du degré d'incertitude sur **U** et **T**
- a, b : compromis entre **U** et **T**
- γ_k : contrôle de la région d'influence du cluster k

$\Rightarrow$ pas de différence de comportement avec l'ajout de contraintes

Hyperparamètre α lié à SPFCM

$$J_{PFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) = J_{PFCM}(\mathbf{U},\mathbf{T},\mathbf{V}) + \alpha J_{pen}(\mathbf{T},\mathbf{V})$$

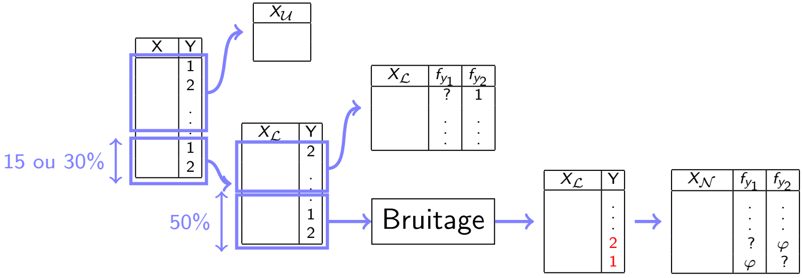
$\alpha \searrow$ relaxation des contraintes

✓ recherche d'une solution générale cohérente

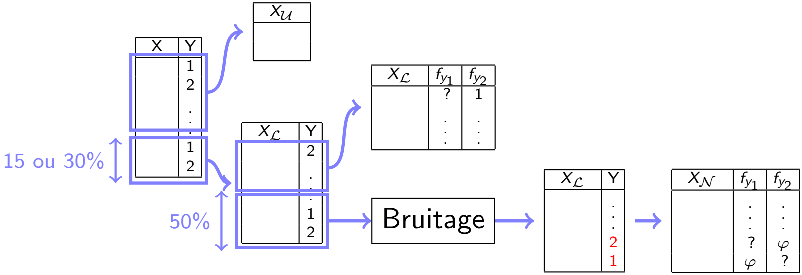
$\alpha \nearrow$ respect total des contraintes

✓ contraintes non bruitées, recherche d'une solution particulière

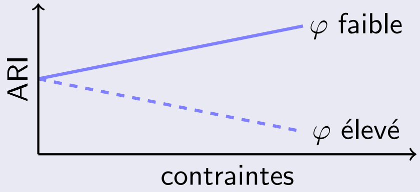
Étiquettes bruitées



Étiquettes bruitées



Résultats



Une connaissance précise de la confiance aux étiquettes permet d'améliorer les résultats !

Outline

1. PFCM
2. SPFCM
3. Expériences
4. Conclusion

Conclusion

SPFCM

- Classification non supervisée générant
  - une partition floue **U**
  - une partition possibiliste **T**
- Incorporation d'étiquettes sous forme de distribution de possibilité

✓ partition possibiliste apporte de nombreuses informations

✓ les étiquettes améliorent les performances

✗ sensible aux hyperparamètres *a* et *b* de PFCM

✗ sensible à la sélection d'étiquettes

Merci